บทที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม

ในบทเรียนที่ผ่านมาเราได้ศึกษาถึง การหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจเพียงบางเหตุการณ์ แต่สำหรับในบทเรียนนี้เราจะศึกษาความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดทุกกรณี ซึ่งจะเรียกความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดทุกกรณีนี้ว่าเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็น พร้อมทั้งจะศึกษาผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในรูปของตัวแปรสุ่ม

การตัดสินใจในทางธุรกิจ การประกันภัย และสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันนั้น จะต้องหาค่าความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นเพื่อนำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ประกอบในการตัดสินใจ ตัวอย่างเช่น พนักงานขายของสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นที่เขาจะขายของได้ 0 1 2 ชิ้นหรือมากกว่านั้นต่อวันได้ นอกจากนั้นสามารถจะคำนวณหาค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเหตุการณ์เหล่านี้ได้ด้วย ตัวอย่างเช่น พนักงานขายของจะสามารถคำนวณจำนวนสินค้าที่ขายได้ต่อสัปดาห์ ซึ่งถ้าค่าคอมมิชชั่นขึ้นอยู่กับจำนวนของที่ขายได้ เขาก็จะสามารถประมาณรายได้ของเขาต่อสัปดาห์ได้อีกด้วย ในบทนี้จะอธิบายถึงหลักการและการประยุกต์ของการแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distributions)

4.1 ตัวแปรสุ่ม (Random Variables)

การทดลองสุ่มหรือการทดลองใดๆ ที่เราไม่ทราบผลการทดลองล่วงหน้าจนกว่าจะเสร็จสิ้นการทดลองแล้วจึงจะทราบผลที่แน่นอน เช่น การทอดลูกเต๋า หรือการโยนเหรียญ เมื่อพิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้งกำหนดให้ X แทนผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น X อาจจะมีค่าเท่ากับ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 หรือในการโยนเหรียญ 2 เหรียญ 1 ครั้ง กำหนดให้ Y แทนจำนวน เหรียญที่ขึ้นหัว ดังนั้น Y อาจจะมีค่าเท่ากับ 0 , 1 , 2 ก็ได้ เราจะเรียกตัวแปร X หรือ Y ในที่นี้ว่า ***ตัวแปรสุ่ม (random Variable)***

ตัวแปรสุ่ม คือ ฟังก์ชันที่ มีค่าเป็นเลขจำนวนจริง โดยค่าของมันถูกกำหนดโดยผลลัพธ์ที่ เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม หรืออาจกล่าวได้ว่า ตัวแปรสุ่ม คือ ฟังก์ชันที่ มีโดเมน (Domain) เท่ากับ Sample space และมีพิสัย (Range) เป็นเซตย่อยของจำนวนจริง

ตัวอย่างของตัวแปรสุ่ม เช่น

- ☐ หากโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง กำหนดให้ X แทนจำนวนเหรียญที่ขึ้นก้อย ดังนั้นค่าของ X ที่เป็นไปได้คือ 0,1 หรือ 2
- ☐ กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีดำ 3 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลมา 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแล้วไม่ใส่คืน กำหนดให้ Y คือ จำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้ ดังนั้นค่าของ Y ที่เป็นไปได้คือ 0,1 หรือ 2
- ☐ ในการชั่งน้ำหนักของเด็กแรกเกิดที่คลอด ณ โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง กำหนดให้ Z แทนน้ำหนักของเด็กแรกเกิด ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้คือ $0 < Z < 8000$ กรัม

จากตัวอย่างจะเห็นได้ว่า ค่าของตัวแปรสุ่มมีค่าที่เป็นไปได้แตกต่างกัน ตามชนิดของตัวแปรสุ่ม ดังนั้น เราจึงจำแนกตัวแปรสุ่มตามลักษณะของค่าของตัวแปรสุ่มได้เป็น 2 ชนิด คือ

1. ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variable) ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ค่าของ X จะมีค่าได้เพียงบางค่าและค่าไม่ต่อเนื่องกัน มักจะเป็นจำนวนนับ โดยจำนวนค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นจำนวนจำกัดหรือไม่จำกัดแต่นับได้ เช่น ถ้าให้ X คือจำนวนนิสิตที่ขาดเรียน ค่าของ X ที่เป็นไปได้คือ 0 , 1 , 2 , ... n หรือ ถ้า Y คือจำนวนลูกฟุตบอลที่ชำรุดใน 1 โหล ค่าของ Y ที่เป็นไปได้คือ 0 , 1 , 2 , ... , 12 เป็นต้น

2. ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (Continuous random variable) ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ค่าของ X จะเป็นจำนวนจริงที่ต่อเนื่องกันและไม่สามารถนับได้ เช่น ถ้า X เป็นส่วนสูงของนิสิตชั้นปีที่ 1 ค่าของ X จะอยู่ ในช่วง 150 – 180 เซนติเมตร เขียนแทนด้วย $150 \leq X \leq 180$ จะเห็นได้ว่าค่าของ X มีค่าเป็นจำนวนจริงที่มีค่าอยู่ระหว่าง 150 ถึง 180 เซนติเมตร และสามารถมีค่าเป็นทศนิยมได้ด้วย

ตัวอย่างที่ 4.1 จงบอกว่าตัวแปรสุ่มในแต่ละข้อเป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือชนิดไม่ต่อเนื่อง

1. จำนวนนิสิตที่ขาดเรียน
2. เวลาที่นิสิตใช้ในการสอบ
3. อุณหภูมิในแต่ละวัน
4. จำนวนวันที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า 20 องศาเซลเซียส
5. ความสูงของตึกที่สร้างขึ้นในเขตกรุงเทพมหานคร
6. ความหนาของชั้นหิน
7. จำนวนชั้นหินที่พบในภูเขาแห่งหนึ่ง

4.2 การแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่ม แล้ว X จะมีค่าที่เป็นไปได้หลาย ๆ ค่า ซึ่งแต่ละค่าของตัวแปรสุ่ม X อาจเกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นที่แตกต่างกัน เราสามารถที่จะแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มนี้ได้ โดยความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(X = x)$ ซึ่งหมายถึงค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ X มีค่าเท่ากับ x พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

หากโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง ให้ X เป็นจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, HTT, THT, TTT\}$
จะได้ $x = 0, 1, 2, 3$

$P(X = 0)$ หมายถึงความน่าจะเป็นที่เหรียญไม่ขึ้นหัวเลย
$P(X = 0) = \frac{1}{8}$

$P(X = 1)$ หมายถึงความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นหัว 1 เหรียญ
$P(X = 1) = \frac{3}{8}$

$P(X = 2)$ หมายถึงความน่าจะเป็นที่เหรียญหัว 2 เหรียญ
$P(X = 2) = \frac{3}{8}$

$P(X = 3)$ หมายถึงความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นหัว 3 เหรียญ
$P(X = 3) = \frac{1}{8}$

สามารถแสดงค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ทุกๆ ค่าที่เป็นไปได้ดังนี้

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

เรียกว่าตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นได้ว่า $P(X = x)$ จะมีค่าเป็นเท่าใดขึ้นอยู่กับค่าของ x หรืออาจกล่าวได้ ว่า $P(X = x)$ เป็นฟังก์ชันของ x จึงสามารถเขียนแทนได้ด้วย $f(x)$ จากตารางเช่น $f(0) = \frac{1}{8}, f(1) = \frac{3}{8}, f(2) = \frac{3}{8}$ และ $f(3) = \frac{1}{8}$ เราเรียกฟังก์ชันนี้ว่า **ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น** (Probability Distribution Function)

นอกจากนี้ยังสามารถหาค่าของ $P(X \leq x)$ หรือ $P(X \geq x)$ หรือ $P(b \leq X \leq a)$ ได้ เช่น

$P(X < 3)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นหัวน้อยกว่า 3 เหรียญ
$P(X < 3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

$P(X \geq 2)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นหัวมากกว่าหรือเท่ากับ 2 เหรียญ
$P(X \geq 2) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P(1 < X < 3)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นระหว่าง 1 เหรียญ กับ 3 เหรียญ
$P(1 < X < 3) = \frac{3}{8}$

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม คือ ฟังก์ชันที่แสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าของตัวแปรสุ่ม X ในการทดลอง

4.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่สำคัญ (Discrete Probability Distribution)

การทดลองสุ่มแบบทั่วไป หากเราพิจารณาจะพบว่าในบางการทดลองสุ่มนั้น ลักษณะของตัวแปรสุ่มจะมีลักษณะคล้ายๆ กัน ถึงแม้ว่าจะเป็นการทดลองคนละชนิดกัน เช่น ในการโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง สนใจจำนวนครั้งที่ขึ้นหัว จำนวนครั้งที่ขึ้นหัวจะมีค่าเป็นไปได้คือ 0,1,2 หรือ 3 และ ในการศึกษาเพศของบุตร โดยสนใจจำนวนบุตรที่เป็นหญิง จากครอบครัวที่มีบุตร 3 คน จะได้ว่าจำนวนบุตรหญิงที่เป็นไปได้คือ 0,1,2 หรือ 3 เช่นเดียวกัน ดังนั้นเราจะเห็นได้ว่า ลักษณะของตัวแปรสุ่มจะมีลักษณะคล้ายๆ กัน จึงตั้งชื่อการแจกแจงความน่าจะเป็นของการทดลองที่มีลักษณะคล้ายๆ กันนี้ว่าเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นทวินาม (Binomial distribution) และยังมีการแจกแจงของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องแบบอื่นๆ ที่สำคัญ เช่น การแจกแจงปัวซง (Poisson distribution) เป็นต้น

4.3.1 การแจกแจงแบบทวินาม (Binomial distribution)

การทดลองแบบทวินาม

การทดลองใดๆ ที่ประกอบด้วยการกระทำซ้ำๆ ที่เป็นอิสระกัน และผลที่เกิดขึ้นเป็นไปได้เพียงสองอย่าง คือความสำเร็จ (success) และความไม่สำเร็จ (failure) เช่น การโยนเหรียญหนึ่งอัน 5 ครั้ง เป็นการกระทำที่ซ้ำๆ กัน 5 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน กล่าวคือ ผลที่ได้จากการโยนเหรียญในแต่ละครั้งไม่ขึ้นต่อกันและผลจากการโยนเหรียญแต่ละเหรียญจะมีผลเกิดขึ้นได้เพียงสองอย่างคือจะได้หัวหรือได้ก้อยเท่านั้น ซึ่งหากเราสนใจผลลัพธ์ขึ้นหัว จะถือว่าการขึ้นหัวเป็นความสำเร็จ ส่วนการขึ้นก้อยเป็นความไม่สำเร็จ สำหรับตัวอย่างการโยนเหรียญนี้ความน่าจะเป็นของการขึ้นหัวในแต่ละครั้งเท่ากับ 1/2 และความน่าจะเป็นที่จะขึ้นก้อยในแต่ละครั้งเท่ากับ 1/2 เรียกการทดลองแบบนี้ว่าการทดลองทวินาม (binomial experiment)

อีกตัวอย่างหนึ่ง เช่น การหยิบไพ่จากสำรับครั้งละหนึ่งใบ 3 ครั้ง โดยการหยิบครั้งแรกแล้วใส่คืนก่อนการหยิบครั้งต่อไป ถ้ากำหนดให้การหยิบไพ่ได้ไพ่สีแดงเป็นความสำเร็จ และการหยิบไพ่ได้ไพ่สีดำเป็นความไม่สำเร็จ ในแต่ละครั้งความน่าจะเป็นที่หยิบได้ไพ่สีแดงหรือความสำเร็จมีค่าเท่ากับ ½ และความน่าจะเป็นที่หยิบไพ่ได้สีดำ หรือความไม่สำเร็จเท่ากับ ½ จะเห็นว่าเป็นการทดลองซ้ำๆกัน 3 ครั้ง ที่เป็นอิสระกัน การกระทำแต่ละครั้งมีผลเกิดขึ้นได้สองอย่าง และความน่าจะเป็นของความสำเร็จในแต่ละครั้งมีค่าเท่ากัน การทดลองนี้จึงเรียกว่า การทดลองแบบทวินาม เช่นเดียวกัน ดังนั้นเราอาจสรุปได้ว่า

การทดลองแบบทวินามมีลักษณะทั่วๆ ไปดังนี้

1. การทดลองประกอบไปด้วยการกระทำซ้ำๆ กัน n ครั้ง
2. ในการกระทำแต่ละครั้งจะมีผลลัพธ์เกิดขึ้นได้ 2 อย่าง คือ ความสำเร็จ และ ความไม่สำเร็จ
3. ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ ที่เกิดขึ้นจากการกระทำแต่ละครั้งมีค่าคงที่เท่ากับ p และความน่าจะเป็นของความไม่สำเร็จเท่ากับ $q = 1 - p$
4. การกระทำแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินาม

$$P(X = x) = f(x;\, n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

เมื่อ

x คือ จำนวนครั้งของความสำเร็จ
n คือ จำนวนครั้งของการกระทำซ้ำ
p คือ ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ
q คือ ความน่าจะเป็นของความไม่สำเร็จ

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงแบบทวินาม

ค่าเฉลี่ย $\mu = E(X) = np$

ความแปรปรวน $\sigma^2 = V(X) = npq$

ตัวอย่างโปรแกรม R การสร้างกราฟการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม n=10 และ *p* (ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ) เป็น 0.1 และเมื่อลองเปลี่ยนค่า *p* เป็น 0.3 0.5 0.7 และ 0.9 ตามลำดับ ผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.1

```
> x=0:10 # กำหนดช่วงของ x ตั้งแต่ 0 ถึง n
> pr=dbinom(x,n=10,p=0.1) # คำนวณค่าความน่าจะเป็นของ x ทุกค่า เก็บไว้ที่ตัวแปร pr
> plot(x,pr,type = "h",ylab="probability",main="Binomial(n=10,p=0.1)") # สร้างกราฟการแจก
แจงความน่าจะเป็นของ x
> points(0:10,pr,pch=16) # กำหนดจุดที่ปลายเส้นกราฟความน่าจะเป็น
```

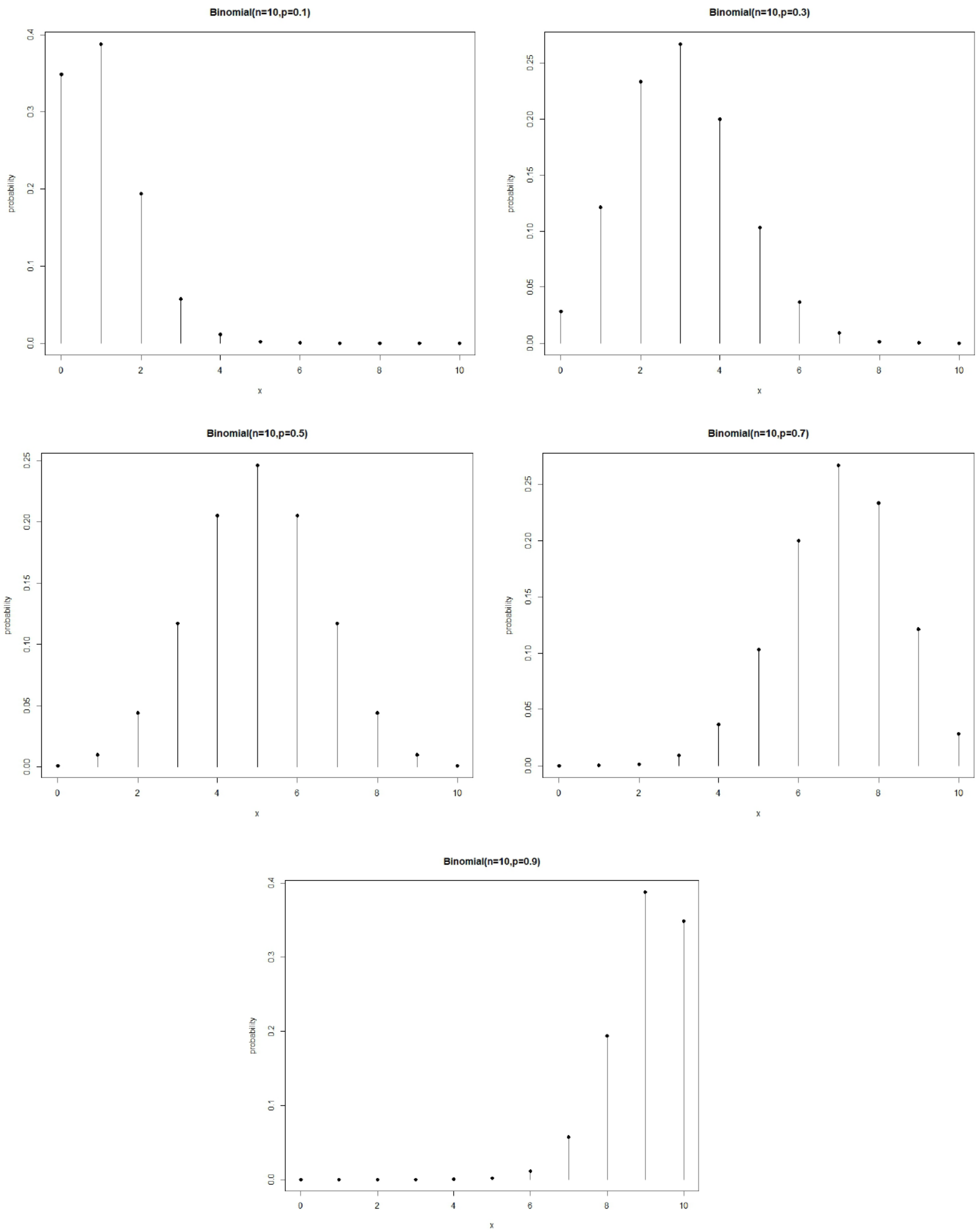
หมายเหตุ

ฟังก์ชัน dbinom() คำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม x ที่มีการแจกแจงทวินาม เมื่อกำหนดค่า x n และ p

ฟังก์ชัน plot() สร้างกราฟ โดยกำหนดตัวแปรสำหรับแกน x และ y ตามลำดับ type= เป็นการกำหนดชนิดของกราฟ ”h” หมายถึง กราฟในแนวตั้ง (horizontal)

ฟังก์ชัน points() เป็นการกำหนดจุดที่ coordinate x,y และ pch คือการกำหนดรูปแบบของจุด

จากรูปที่ 4.1 จะพบว่า รูปร่างของการแจกแจงทวินามจะขึ้นอยู่กับ ค่า *p* โดยที่ถ้า *p* = 0.1 การแจกแจงทวินามจะมีลักษณะเบ้ขวา คือตัวแปรสุ่มมีค่าน้อยความน่าจะเป็นที่จะมีค่าสูง สำหรับ *p* = 0.7 การแจกแจงทวินามจะมีลักษณะเบ้ซ้าย คือตัวแปรสุ่มมีค่ามากความน่าจะเป็นที่จะมีค่าสูง



รูปที่ 4.1 การแจกแจงทวินาม n=10 p=0.1, 0.3, 0.5, 0.7 และ 0.9

ฟังก์ชันใน R สำหรับการแจกแจงทวินาม

Binomial {stats}

The Binomial Distribution

Description

Density, distribution function, quantile function and random generation for the binomial distribution with parameters `size` and `prob`.

This is conventionally interpreted as the number of 'successes' in `size` trials.

Usage

```
dbinom(x, size, prob, log = FALSE)
pbinom(q, size, prob, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
qbinom(p, size, prob, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
rbinom(n, size, prob)
```

Arguments

`x, q`	vector of quantiles.
`p`	vector of probabilities.
`n`	number of observations. If `length(n) > 1`, the length is taken to be the number required.
`size`	number of trials (zero or more).
`prob`	probability of success on each trial.
`log, log.p`	logical; if TRUE, probabilities p are given as log(p).
`lower.tail`	logical; if TRUE (default), probabilities are $P[X \le x]$, otherwise, $P[X > x]$.

- **dbinom** คือการหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม *x* ขนาดของการทดลอง size และ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ prob สัญลักษณ์คือ $P(X = x)$
- **pbinom** คือความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม q ขนาดของการทดลอง size และความน่าจะเป็นของการเกิดความสำเร็จ prob โดย lower.tail=TRUE หมายถึงความน่าจะเป็นสะสมเมื่อตัวแปรสุ่มมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง q สัญลักษณ์คือ $P(X \leq q)$ ถ้ากำหนด lower.tail=FALSE จะมีความหมายเป็นสัญลักษณ $P(X > q)$
- **qbinom** คือการหาค่าของตัวแปรสุ่มเมื่อกำหนดค่าความน่าจะเป็นในช่วงของการทดลองสุ่มที่สนใจ p ขนาดของการทดลอง n (size) และความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ p (prob) สัญลักษณ์คือ $P(X \leq a) = p$ เมื่อ lower.tail=TRUE และ สัญลักษณ์คือ $P(X > a) = p$ เมื่อ lower.tail=FALSE
- **rbinom** คือการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม จำนวน n ค่า เมื่อกำหนดขนาดการทดลอง size ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ prob

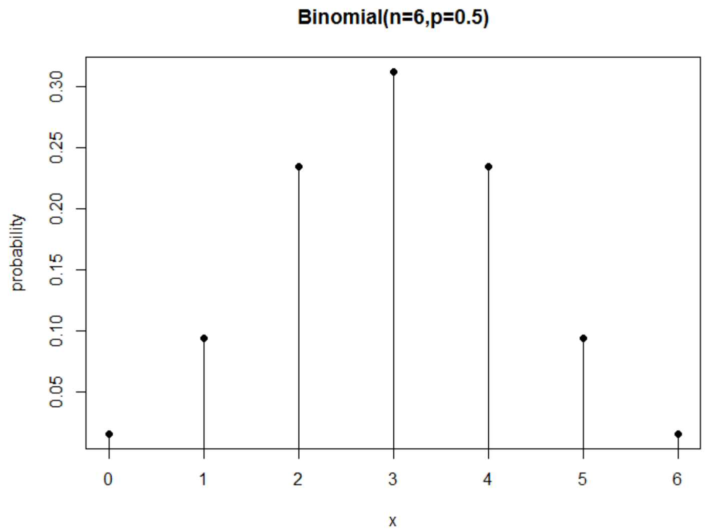
ตัวอย่างที่ 4.2 ในการโยนเหรียญ 1 อัน 6 ครั้ง

จากการทดลอง $n = 6$ $p = 0.5$

X คือจำนวนครั้งที่ขึ้นหัว ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้คือ 0,1,2,3,4,5,6

พิจารณาการแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งที่โยนเหรียญขึ้นหัว ดังรูปที่ 4.2

```
> x=0:6
> pr=dbinom(x,6,0.5)
> plot(x,pr,type = "h",ylab="probability",main="Binomial(n=6,p=0.5)")
> points(0:6,pr,pch=16)
```



รูปที่ 4.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งที่ขึ้นหัวจากการโยนเหรียญ 6 ครั้ง

จงหาความน่าจะเป็นที่

1. จะขึ้นหัว 4 ครั้ง

ต้องการหาค่า $P(X = 4)$

$$P(X = 4) = f(4;\ 6, 0.5) = \binom{6}{4} 0.5^4 0.5^{6-4} = \frac{6!}{(6-4)!\,4!}(0.5^4 0.5^2)$$

```
> dbinom(4,size=6,prob=0.5)
[1] 0.234375
```

ดังนั้น $P(X = 4) = 0.234375$

2. จะขึ้นหัวน้อยกว่า 4 ครั้ง

ต้องการหาค่า $P(X < 4)$ ซึ่งเท่ากับ $P(X \leq 3)$

หาได้จาก $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$

```
> a1=dbinom(0,6,0.5)
> a2=dbinom(1,6,0.5)
> a3=dbinom(2,6,0.5)
> a4=dbinom(3,6,0.5)
> a=a1+a2+a3+a4
> a
[1] 0.65625
```

หรือ

```
> pbinom(3,6,0.5)
[1] 0.65625
```

ดังนั้น $P(X < 4) = 0.65625$

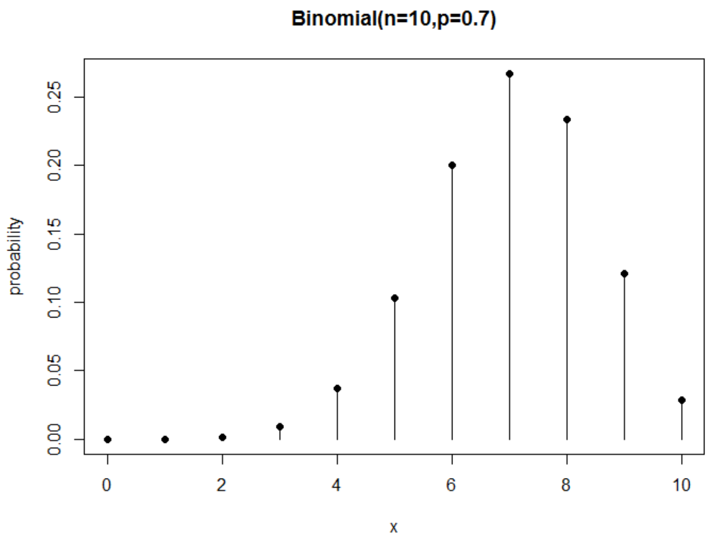
ตัวอย่างที่ 4.3 นักบาสเกตบอลคนหนึ่งมีความสามารถในการยิงลูกบอลลงห่วง 70% ถ้าเขายิงลูกบอลทั้งหมด 10 ครั้ง

จากการทดลอง $n = 10$ $p = 0.7$

X คือจำนวนครั้งที่เขายิงลูกบอลลงห่วง ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้คือ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

พิจารณาการแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งที่เขายิงลูกบอลลงห่วง ดังรูปที่ 4.3

```
> x=0:10
> pr=dbinom(x,10,0.7)
> plot(x,pr,type = "h",ylab="probability",main="Binomial(n=10,p=0.7)")
> points(0:10,pr,pch=16)
```



รูปที่ 4.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งที่ยิงบอลลงห่วงจากการยิงลูกบอล 10 ครั้ง

จงหาความน่าจะเป็นที่

1. เขายิงลูกบอลลงห่วงอย่างน้อย 6 ครั้ง

   ต้องการหาค่า $P(X \geq 6)$

   หาได้จาก $P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10)$

```
> a1=dbinom(6,10,0.7)
> a2=dbinom(7,10,0.7)
> a3=dbinom(8,10,0.7)
> a4=dbinom(9,10,0.7)
> a5=dbinom(10,10,0.7)
> a=a1+a2+a3+a4+a5
> a
[1] 0.8497317
```

   หรือ

   ซึ่ง $P(X \geq 6)$ เท่ากับ 1 - $P(X \leq 5)$

```
> 1-pbinom(5,10,0.7)
[1] 0.8497317
```

   ดังนั้น $P(X \geq 6) = 0.8497317$

2. เขายิงลูกบอลลงห่วงไม่เกิน 4 ครั้ง

ต้องการหาค่า $P(X \leq 4)$

```
> pbinom(4,10,0.7)
[1] 0.04734899
```

ดังนั้น $P(X \leq 4) = 0.04734899$

ตัวอย่างที่ 4.4 ถ้าความน่าจะเป็นของกลอนประตูที่ชำรุดเท่ากับ 0.01 จงหาค่าเฉลี่ย และส่วนเบียงเบนมาตรฐานของจำนวนกลอนประตูที่ชำรุด ถ้ามีกลอนประตู 4,000 อัน

ค่าเฉลี่ย $\mu = np = 4000 \times 0.01 = 40$

ดังนั้น อาจจะพบกลอนประตูที่ชำรุด 40 อัน

ความแปรปรวน $\sigma^2 = npq = 4000 \times 0.01 \times 0.99 = 39.6$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sqrt{39.6} = 6.29$

4.3.2 การแจกแจงแบบปัวซง (Poisson distribution)

การทดลองแบบปัวซง

การทดลองที่ค่าของตัวแปรสุ่ม X แสดงจำนวนครั้งของความสำเร็จในช่วงเวลาหนึ่งที่กำหนดหรือภายในบริเวณที่กำหนดให้เรียกว่าการทดลองแบบปัวซง (poisson experiment) ช่วงเวลาที่กำหนดให้อาจจะเป็นหนึ่งนาทีหนึ่งชั่วโมง หนึ่งวัน หรือ หนึ่งปีก็ได้ ส่วนในบริเวณที่กำหนดอาจจะเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรง ส่วนหนึ่งของพื้นที่หรือปริมาตรก็ได้ ตัวอย่างเช่น จำนวนครั้งที่รับโทรศัพท์ในเวลา 1 ชั่วโมงของพนักงานโทรศัพท์คนหนึ่ง หรือ จำนวนอุบัติเหตุรถชนกันที่สี่แยกแห่งหนึ่งในเวลา 1 เดือน เป็นต้น

ลักษณะของการทดลองแบบปัวซงโดยทั่วๆ ไปจะเป็นดังนี้

1. เราทราบค่าเฉลี่ย (λ) ของจำนวนความสำเร็จ (success) ที่ปรากฏขึ้นในช่วงเวลาหนึ่งหรือบริเวณหนึ่งที่กำหนด

2. ความน่าจะเป็นของการได้ความสำเร็จครั้งหนึ่งในช่วงเวลาที่สั้นมากช่วงหนึ่ง หรืออาณาบริเวณเล็กๆ บริเวณหนึ่ง ย่อมเป็นปฏิภาคโดยตรงกับช่วงเวลาหรือขนาดของบริเวณนั้นๆ แต่ไม่ขึ้นอยู่กับจำนวนครั้งของความสำเร็จที่เกิดขึ้นภายนอกช่วงเวลาหรือบริเวณที่กำหนด

3. ความน่าจะเป็นของการได้ความสำเร็จที่เกิดขึ้นมากกว่าหนึ่งครั้งในช่วงเวลาอันสั้น หรืออาณาบริเวณเล็กๆ มีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้

สมการของการแจกแจงปัวซง

$$P(X = x) = f(x;\, \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}, \qquad x = 0, 1, 2, \ldots$$

เมื่อ

λ คือ ค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งของความสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหรืออาณาบริเวณที่กำหนด

e คือ ค่าเอกซ์โปแนนเชียลฟังก์ชัน ซึ่งมีค่าโดยประมาณ 2.71828...

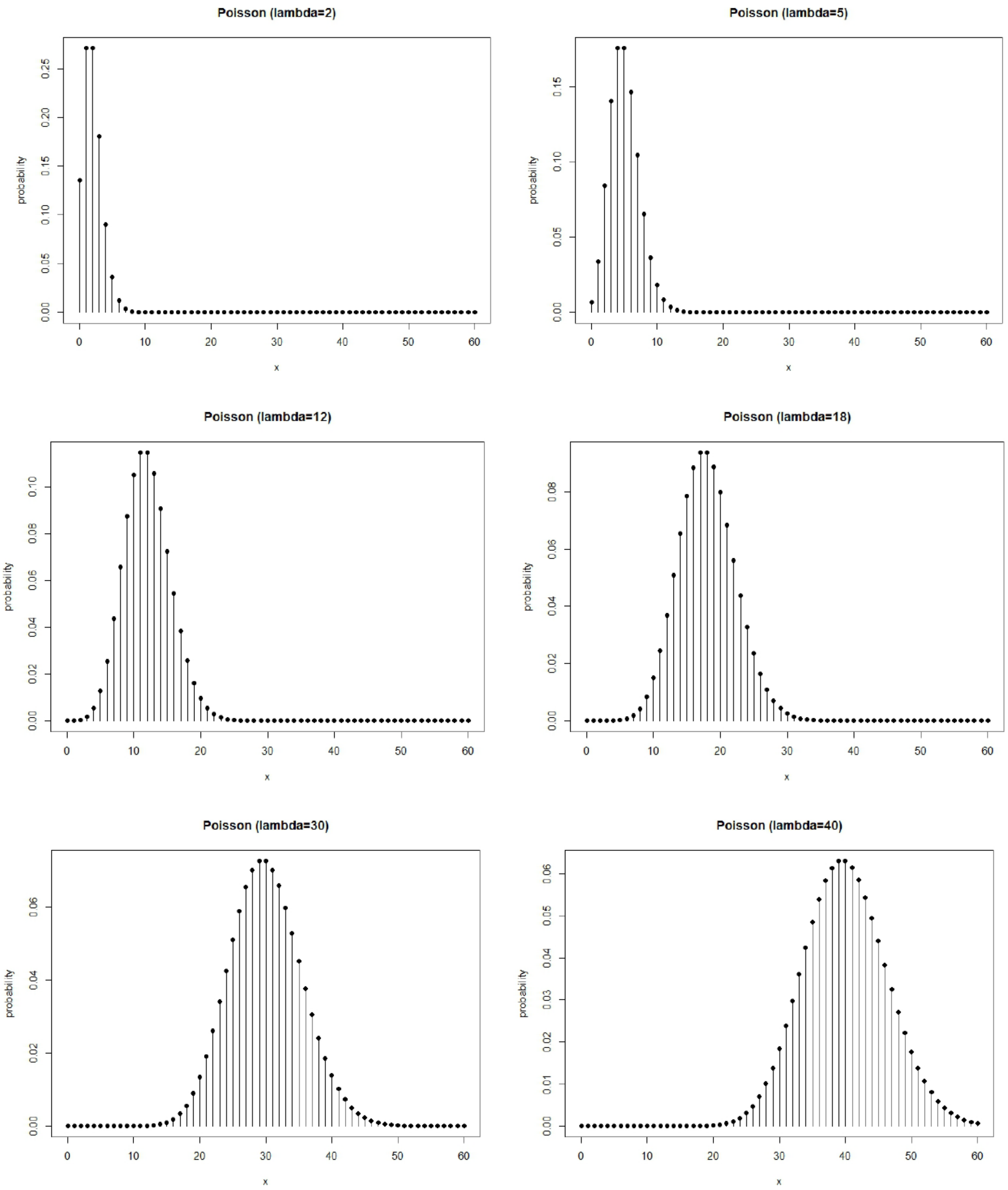
ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงแบบปัวซง

ค่าเฉลี่ย $\mu = E(X) = \lambda$

ความแปรปรวน $\sigma^2 = V(X) = \lambda$

ตัวอย่างโปรแกรม R สำหรับสร้างกราฟการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปัวซงซึ่งจะขึ้นอยู่กับ λ โดยกำหนดให้ λ = 2, 5, 12, 18, 30 และ 40 ดังรูปที่ 4.4

```
> x=0:60
> pr=dpois(x,2) # กำหนดให้ λ = 2
> plot(x,pr,type = "h",ylab="probability",main="Poisson (lambda=2)")
> points(0:60,pr,pch=16)
```



รูปที่ 4.4 การแจกแจงความน่าจะเป็นปัวซง เมื่อ λ =2, 5, 12, 18, 30 และ 40

ฟังก์ชันใน R สำหรับการแจกแจงปัวซง

Poisson {stats}

The Poisson Distribution

Description

Density, distribution function, quantile function and random generation for the Poisson distribution with parameter `lambda`.

Usage

```
dpois(x, lambda, log = FALSE)
ppois(q, lambda, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
qpois(p, lambda, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
rpois(n, lambda)
```

Arguments

`x`	vector of (non-negative integer) quantiles.
`q`	vector of quantiles.
`p`	vector of probabilities.
`n`	number of random values to return.
`lambda`	vector of (non-negative) means.
`log, log.p`	logical; if TRUE, probabilities p are given as log(p).
`lower.tail`	logical; if TRUE (default), probabilities are $P[X \le x]$, otherwise, $P[X > x]$.

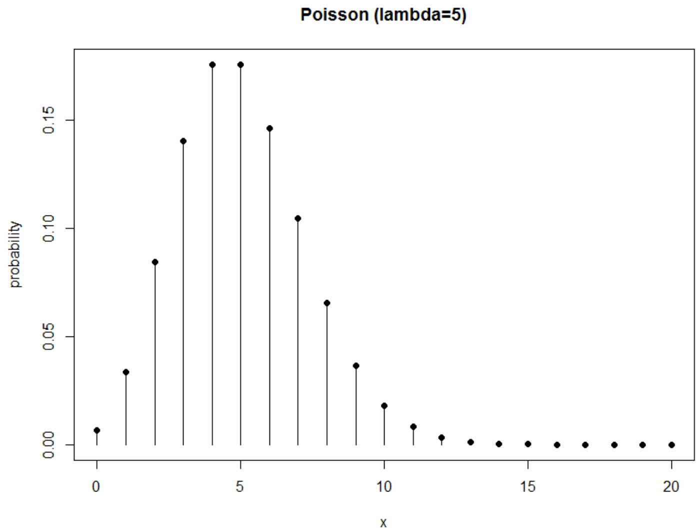
- **dpois** คือการหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม x และค่าเฉลี่ย λ สัญลักษณ์คือ $P(X = x)$
- **ppois** คือความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม q และค่าเฉลี่ย λ โดย lower.tail=TRUE หมายถึงความน่าจะเป็นสะสม เมื่อตัวแปรสุ่มมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง q สัญลักษณ์คือ $P(X \leq q)$ ถ้ากำหนด lower.tail=FALSE จะมีความหมายเป็นสัญลักษณ $P(X > q)$
- **qpois** คือการหาค่าของตัวแปรสุ่มเมื่อกำหนดค่า ความน่าจะเป็นในช่วงของการทดลองสุ่มที่สนใจ p และค่าเฉลี่ย λ สัญลักษณ์คือ $P(X \leq a) = p$ เมื่อ lower.tail=TRUE และ สัญลักษณ์คือ $P(X > a) = p$ เมื่อ lower.tail=FALSE
- **rpois** คือการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซง จำนวน n ค่า เมื่อกำหนดค่าเฉลี่ย λ

ตัวอย่างที่ 4.5 จากการสำรวจอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นบนถนนสายหนึ่งพบว่า จะมีอุบัติเหตุเกิดขึ้นโดยเฉลี่ย 5 ครั้งต่อหนึ่งวัน

X คือจำนวนครั้งในการเกิดอุบัติเหตุในช่วงเวลา 1 วัน มีค่าที่เป็นไปได้คือ 0, 1, 2, 3, ...

และมีค่า λ = 5 ครั้งต่อหนึ่งวัน กราฟการแจกแจงแสดงดังรูปที่ 4.5

```
> x=0:20
> pr=dpois(x,5)
> plot(x,pr,type = "h",ylab="probability",main="Poisson (lambda=5)")
> points(0:20,pr,pch=16)
```



รูปที่ 4.5 กราฟการแจกแจงปัวซง ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 5

จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดอุบัติเหตุบนถนนสายนี้

1. 6 ครั้งต่อวัน

ต้องการหา *P*(*X* = 6)

$$P(X = 6) = f(6;\, \lambda) = \frac{e^5 5^6}{6!}$$

```
> dpois(6,lambda=5)
[1] 0.1462228
```

ดังนั้น *P*(*X* = 6) = 0.1462228

2. ตั้งแต่ 6 ครั้งขึ้นไปต่อวัน

ต้องการหา $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$

```
> 1-ppois(5,5)
[1] 0.3840393
```

ดังนั้น $P(X \geq 6) = 0.3840393$

3. ไม่ต่ำกว่า 3 ครั้งต่อวัน

ต้องการหา $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

```
> 1-ppois(2,5)
[1] 0.875348
```

ดังนั้น $P(X \geq 3) = 0.875348$

4. น้อยกว่า 4 ครั้งต่อวัน

ต้องการหา $P(X < 4) = P(X \leq 3)$

```
> ppois(3,5)
[1] 0.2650259
```

ดังนั้น $P(X < 4) = 0.2650259$

5. มากกว่า 12 ครั้งต่อ 2 วัน

เนื่องจากหน่วยเวลาเปลี่ยนเป็นต่อ 2 วัน ดังนั้นจะต้องปรับค่าของ λ ใหม่จาก $\lambda = 5$ ต่อหนึ่งวัน เป็น $\lambda = 10$ ต่อ 2 วัน

ต้องการหา $P(X > 12) = P(X \geq 13) = 1 - P(X \leq 12)$

```
> 1-ppois(12,10)
[1] 0.2084435
```

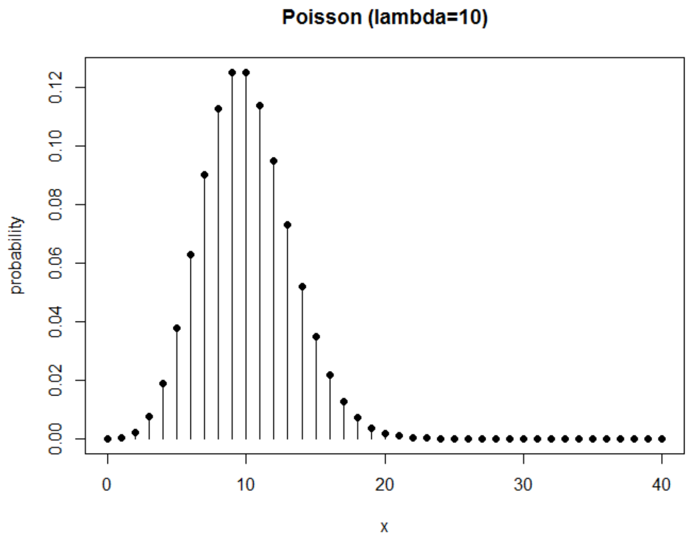
ดังนั้น $P(X > 12) = 0.2084435$

ตัวอย่างที่ 4.6 จำนวนเฉลี่ยของตั๊กแตนต่อพื้นที่นา 1 ตารางวาเท่ากับ 10 ตัว

X คือจำนวนตั๊กแตนต่อพื้นที่นา 1 ตารางวา มีค่าที่เป็นไปได้คือ 0, 1, 2, 3, ...

และมีค่า λ = 10 ต่อพื้นที่1 ตารางวา กราฟการแจกแจงแสดงดังรูปที่ 4.6

```
> x=0:40
> pr=dpois(x,10)
> plot(x,pr,type = "h",ylab="probability",main="Poisson (lambda=10)")
> points(0:40,pr,pch=16)
```



รูปที่ 4.6 กราฟการแจกแจงปัวซง ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 10

จงหาความน่าจะเป็นที่มีตั๊กแตน

1. ไม่เกิน 15 ตัว ต่อพื้นที่นา 1 ตารางวา

ต้องการหา $P(X \leq 15)$

```
> ppois(15,10)
[1] 0.9512596
```

ดังนั้น $P(X \leq 15) = 0.9512596$

2. มากกว่าหรือเท่ากับ 8 ตัวต่อพื้นที่นา 1 ตารางวา

ต้องการหา $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$

```
> 1-ppois(7,10)
[1] 0.7797794
```

ดังนั้น $P(X \geq 8) = 0.7797794$

3. น้อยกว่า 7 ตัว ต่อพื้นที่นา 1 ตารางวา

ต้องการหา $P(X < 7) = P(X \leq 6)$

```
> ppois(6,10)
[1] 0.1301414
```

ดังนั้น $P(X < 7) = 0{:}1301414$

4. มากกว่า 23 ตัว ต่อพื้นที่ 2 ตารางวา

เนื่องจากหน่วยพื้นที่เปลี่ยนเป็นต่อนา 2 ตารางวา ดังนั้นจะต้องปรับค่าของ λ ใหม่จาก λ = 10 ต่อพื้นที่ 1 ตารางวา เป็น λ = 20 ต่อพื้นที่2 ตารางวา

ต้องการหา $P(X > 23) = P(X \geq 24) = 1 - P(X \leq 24)$

```
> 1-ppois(24,20)
[1] 0.1567726
```

ดังนั้น $P(X > 23) = 0{:}1567726$

5. น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 ตัวต่อพื้นที่ 0.5 ตารางวา

เนื่องจากหน่วยพื้นที่เปลี่ยนเป็นต่อ 0.5 ตารางวา ดังนั้นจะต้องปรับค่าของ λ ใหม่จาก λ = 10 ต่อพื้นที่ 1 ตารางวา เป็น λ = 5 ต่อพื้นที่ 0.5 ตารางวา

ต้องการหา $P(X \leq 3)$

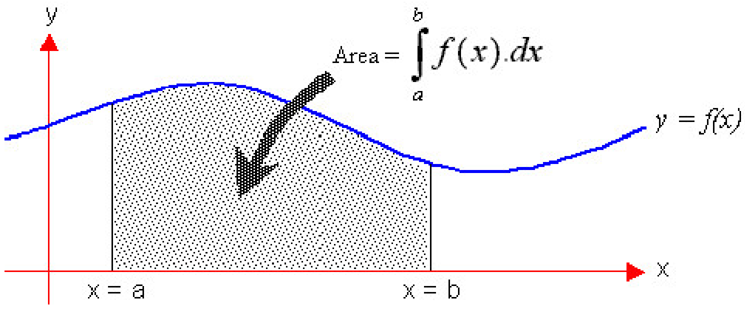
```
> ppois(3,5)
[1] 0.2650259
```

ดังนั้น $P(X \leq 3) = 0{:}2650259$

4.4 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่สำคัญ

ที่ผ่านมาเราได้ศึกษาถึงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่สำคัญแล้ว ในส่วนเราจะศึกษาถึงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่สำคัญบางชนิด ได้แก่

1. การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)
2. การแจกแจงไคสแควร์ (Chi-Square Distribution)
3. การแจกแจงที (t Distribution)
4. การแจกแจงเอฟ (F Distribution)



รูปที่ 4.7 การหาพื้นที่ใต้โค้งด้วยการอินทิเกรท

หลักการของการอินทริกรัลจำกัดเขตถูกนำมาประยุกต์เพื่อใช้ในการศึกษาความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง เมื่อเราทราบฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบต่างๆ โดยการอินทิเกรทฟังก์ชันในช่วงของ X ที่กำหนด เป็นการหาพื้นที่ใต้โค้ง โดยพื้นที่ใต้โค้งนั้นจะแสดงถึงความน่าจะเป็นในช่วงของ X ที่กำหนด ดังรูปที่ 4.7

4.4.1 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มส่วนมากจะมีค่าใกล้เคียงค่าเฉลี่ยของตัวแปรเหล่านั้น และค่าของตัวแปรที่มากกว่าหรือน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเป็นอย่างมากจะมีเป็นส่วนน้อย เราเรียกว่าการแจกแจงปรกติ ซึ่งเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีค่าต่อเนื่องที่สำคัญที่สุด กราฟของการแจกแจงจะมีลักษณะโค้งเป็นรูประฆังคว่ำ เรียกว่าโค้งปกติ (normal curve) ซึ่งเชื่อกันว่าข้อมูลส่วนใหญ่ที่ปรากฎอยู่ตามธรรมชาติมีการแจกแจงแบบปกติ เช่น ส่วนสูงหรือน้ำหนักคน ผลผลิตทางการเกษตร และการอุตสาหกรรมต่างๆ

สมการและกราฟ

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติเรียกว่า ตัวแปรสุ่มปกติ (normal random variable) ถ้า μ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มปกติและ σ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มปกติ ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $N(X, \mu\, \sigma^2)$ จะได้สมการของเส้นโค้งปกติดังนี้

ตัวแปรสุ่ม X มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น คือ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty$$

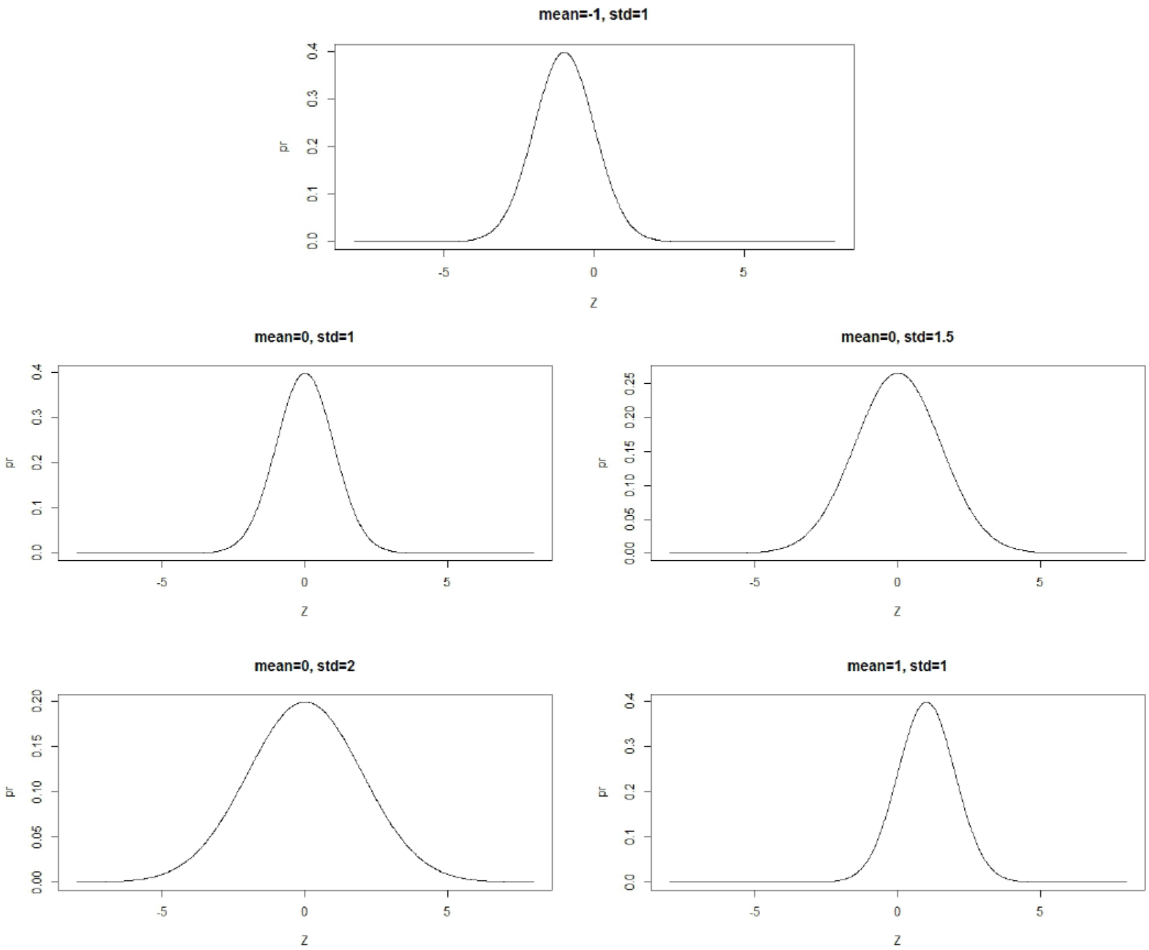
เมื่อ π =3. 14159... , π =2. 71828... และมีพารามิเตอร์ μ เมื่อ $-\infty < \mu < \infty$ และ $\sigma > 0$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มปรกติ

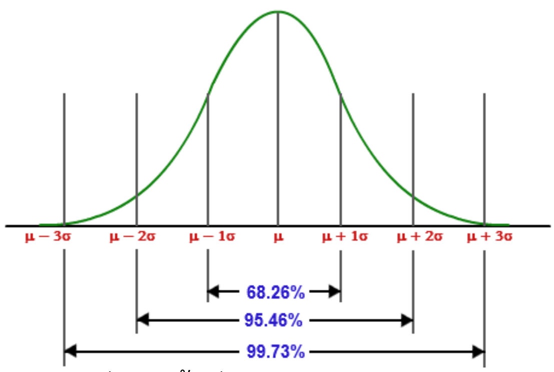
$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

กราฟการแจกแจงปรกติจะมีรูปร่างขึ้นอยู่กับ ค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ แสดงดังรูปที่ 4.8

```
> x=seq(-8,8,0.01)
> pr=dnorm(x,-1,1) # ค่าเฉลี่ยเป็น -1 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1
> plot(x,pr,type="l",xlab = 'X',main = "mean=-1, std=1")
```



รูปที่ 4.11 กราฟการแจกแจงปรกติ



รูปที่ 4.8 พื้นที่ใต้โค้งการแจกแจงปรกติ

คุณสมบัติของโค้งปกติ

1. เส้นโค้งปกติจะมีลักษณะสมมาตรรอบค่าเฉลี่ย
2. ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม จะมีค่าเท่ากันและมีค่าอยู่ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูล
3. พื้นที่ใต้โค้งปกติทั้งหมด คือความน่าจะเป็นซึ่งมีค่าเท่ากับ 1 หรือ 100%
4. พื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่าง ±1 ของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ประมาณ 68% พื้นที่ระหว่าง ±2 ของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ประมาณ 95% และพื้นที่ระหว่าง ±3 ของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ประมาณ 99%

4.4.2 การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution)

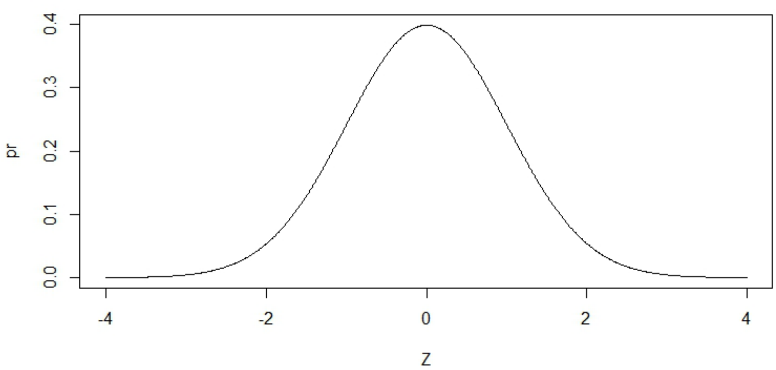
ในกรณี μ = 0 และ σ = 1 สมการของโค้งปกติจะเป็นดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad , -\infty < x < \infty$$

เรียกการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 นี้ว่าการแจกแจงแบบปรกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution) และโดยปกติมักใช้อักษร Z แทนตัวแปรสุ่มของการแจกแจงแบบปรกติมาตรฐาน ดังนั้น สมการของ Z คือ

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad , -\infty < z < \infty$$

และกราฟของสมการจะมีลักษณะเป็นโค้งปกติดังรูปที่ 4.9 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยของการแจกแจงจะอยู่ที่ Z = 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 ความแปรปรวนเท่ากับ 1



รูปที่ 4.9 กราฟการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และความแปรปรวนเป็น σ^2แล้ว ตัวแปรสุ่ม Z จะมีค่าเป็น

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

ในการหาค่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบปกติเราจะสามารถคำนวณได้โดยการอินทิเกรตฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น คือ

$$P(z < a) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

ฟังก์ชันใน R สำหรับการแจกแจงปรกติ

Normal {stats} R Documentation

The Normal Distribution

Description

Density, distribution function, quantile function and random generation for the normal distribution with mean equal to `mean` and standard deviation equal to `sd`.

Usage

```
dnorm(x, mean = 0, sd = 1, log = FALSE)
pnorm(q, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
qnorm(p, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
rnorm(n, mean = 0, sd = 1)
```

Arguments

`x, q`	vector of quantiles.
`p`	vector of probabilities.
`n`	number of observations. If `length(n) > 1`, the length is taken to be the number required.
`mean`	vector of means.
`sd`	vector of standard deviations.
`log, log.p`	logical; if TRUE, probabilities p are given as log(p).
`lower.tail`	logical; if TRUE (default), probabilities are $P[X \le x]$ otherwise, $P[X > x]$.

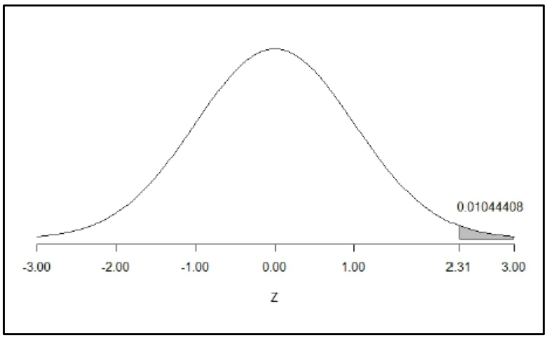
- ☐ **dnorm** คือการหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม *x* ค่าเฉลี่ย mu และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน sd สัญลักษณ์คือ $P(X = x)$
- ☐ **pnorm** คือความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม q ค่าเฉลี่ย mu และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน sd โดย lower.tail=TRUE หมายถึงความน่าจะเป็นสะสมเมื่อตัวแปรสุ่มมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง q สัญลักษณ์คือ $P(X \le q)$ ถ้ากำหนด lower.tail=FALSE จะมีความหมายเป็นสัญลักษณ์ $P(X > q)$
- ☐ **qnorm** คือการหาค่าของตัวแปรสุ่ม *a* เมื่อกำหนดค่า ค่าเฉลี่ย mu และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน sd สัญลักษณ์คือ $P(X \le a) = p$ เมื่อ lower.tail=TRUE และ สัญลักษณ์คือ $P(X > a) = p$ เมื่อ lower.tail=FALSE
- ☐ **rnorm** คือการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปรกติจำนวน n ค่า ค่าเฉลี่ย mu และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน sd

ตัวอย่างที่ 4.7 จงหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Z ต่อไปนี้

1. $P(Z \geq 2.31)$

```
> 1-pnorm(2.31)
[1] 0.01044408
```

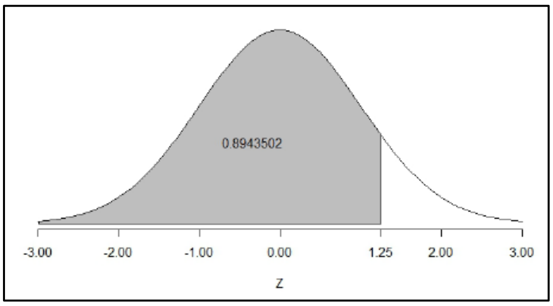
ดังนั้น $P(Z \geq 2.31) = 0.01044408$



2. $P(Z < 1.25)$

```
> pnorm(1.25)
[1] 0.8943502
```

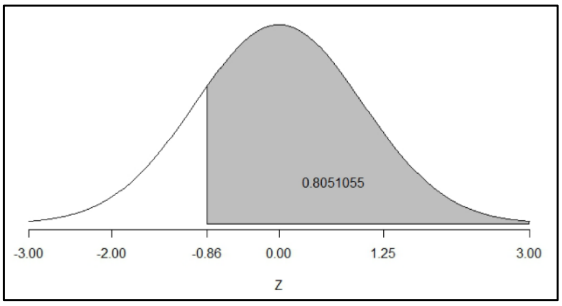
ดังนั้น $P(Z < 1.25) = 0.8943502$



3. $P(Z > -0.86)$

```
> 1-pnorm(-0.86)
[1] 0.8051055
```

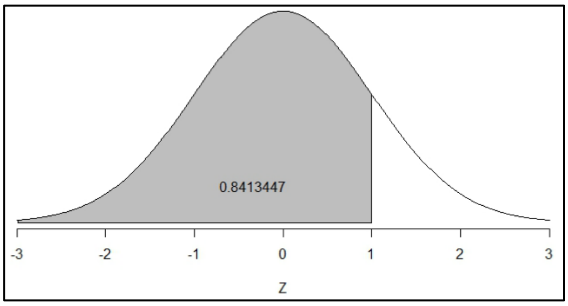
ดังนั้น $P(Z > -0.86) = 0.8051055$



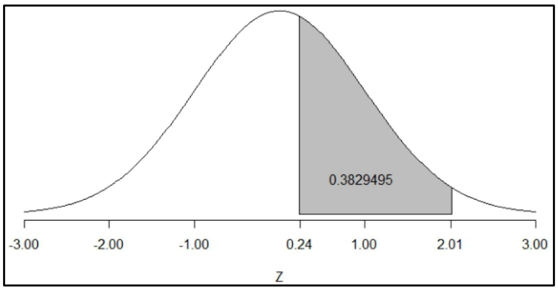
4. $P(Z \leq 1.00)$

```
> pnorm(1)
[1] 0.8413447
```

ดังนั้น $P(Z \leq 1.00) = 0.8413447$



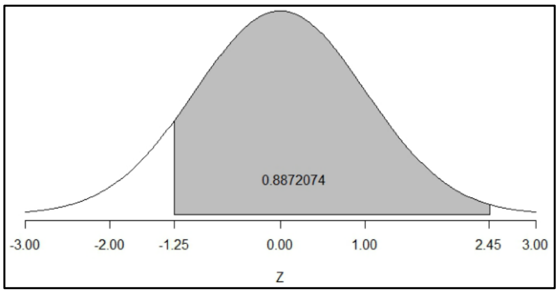
5. $P(0.24 < Z < 2.01)$




```
> pnorm(2.01)-pnorm(0.24)
[1] 0.3829495
```

ดังนั้น $P(0.24 < Z < 2.01) = 0.3829495$

6. $P(-1.25 < Z \leq 2.45)$



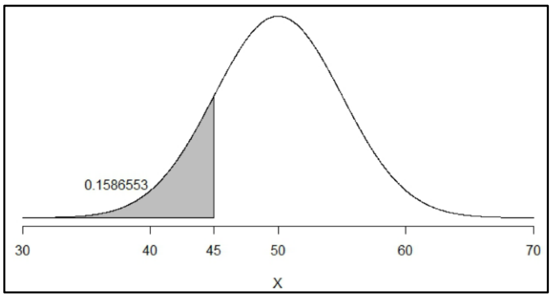

```
> pnorm(2.45)-pnorm(-1.25)
[1] 0.8872074
```

ดังนั้น $P(-1.25 < Z \leq 2.45) = 0.8872074$

ตัวอย่างที่ 4.8 ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 5 กำหนดให้ $\mu = 50$ และ $\sigma = 5$ จงหาค่าความน่าจะเป็นที่ X จะมีค่า

1. น้อยกว่า 45

ต้องการหา $P(X < 45)$

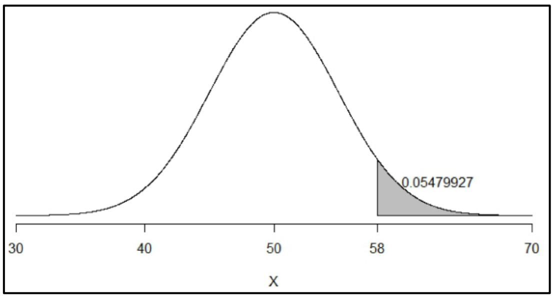



```
> pnorm(45,50,5)
[1] 0.1586553
```

ดังนั้น $P(X < 45) = 0.1586553$

2. อย่างน้อย 58

ต้องการหา $P(X \geq 58)$




```
> 1-pnorm(58,50,5)
[1] 0.05479929
```

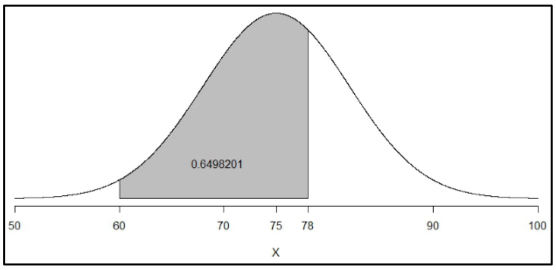
ดังนั้น $P(X \geq 58) = 0.05479929$

ตัวอย่างที่ 4.9 นักศึกษาชายของวิทยาลัยแห่งหนึ่งมีน้ำหนักค่าเฉลี่ย 75 กิโลกรัม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7 กิโลกรัม สมมติว่าน้ำหนักมีการแจกแจงแบบปกติ
กำหนดให้ μ = 75 และ σ = 7 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษามีน้ำหนัก

1. ระหว่าง 60 และ 78 กิโลกรัม

ต้องการหา $P(60 < X < 78)$

```
> pnorm(78,75,7)-pnorm(60,75,7)
[1] 0.6498201
```

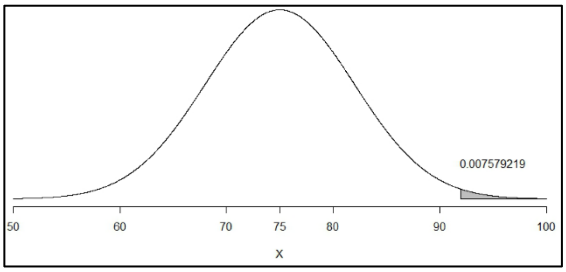


ดังนั้น $P(60 < X < 78) = 0{:}6498201$

2. มากกว่า 92 กิโลกรัม

ต้องการหา $P(X > 92)$

```
> 1-pnorm(92,75,7)
[1] 0.007579219
```



ดังนั้น $P(X > 92) = 0.007579219$

ตัวอย่างที่ 4.10 จงหาค่า a ที่ทำให้

1. $P(Z < a) = 0.0025$

```
> qnorm(0.0025)
[1] -2.807034
```

ดังนั้น $a = -2.807034$

2. $P(Z < a) = 0.95$

```
> qnorm(0.95)
[1] 1.644854
```

ดังนั้น $a = 1.644854$

3. $P(Z \geq a) = 0.0244$

นั่นคือ $P(Z < a) = 0.9756$

```
> qnorm(0.9756)
[1] 1.970335
```

ดังนั้น $a = 1.970335$

4. $P(Z \geq a) = 0.8665$

นั่นคือ $P(Z < a) = 0.1335$

```
> qnorm(0.1335)
[1] -1.109998
```

ดังนั้น $a = -1.109998$

5. $P(0 < Z < a) = 0.4808$

นั่นคือ $P(Z < a) = 0.9808$

```
> qnorm(0.9808)
[1] 2.070559
```

ดังนั้น $a = 2.070559$

6. $P(-a < Z < a) = 0.995$

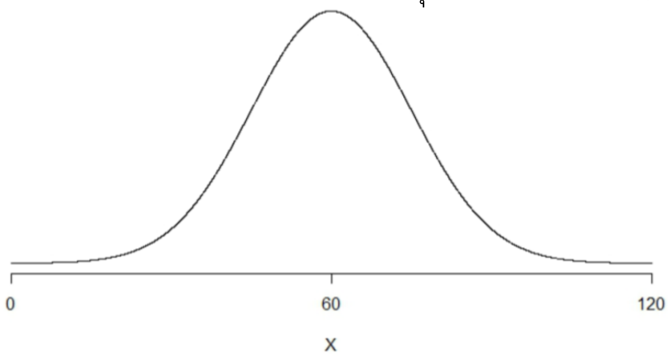
นั่นคือ $P(Z < a) = 0.9975$

```
> qnorm(0.9975)
[1] 2.807034
```

ดังนั้น $a = 2.807034$

ตัวอย่างที่ 4.11 ถ้าคะแนนสอบวิชาสถิติของนิสิตกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติด้วยคะแนนเฉลี่ย 60 คะแนน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 15 คะแนน ถ้าอาจารย์ให้เกรด F แก่นิสิตที่ได้คะแนนต่ำสุด 10 % อยากทราบว่านิสิตจะต้องได้คะแนนอย่างมากเท่าใดจึงจะไม่ได้เกรด F

กำหนดให้ μ = 60 และ σ = 15
จากสิ่งที่กำหนดให้คือ ถ้าอาจารย์ให้เกรด F แก่นิสิตที่ได้คะแนนต่ำสุด 10 % แสดงว่า $P(X < F) = 0.1$




```
> qnorm(0.1,60,15)
[1] 40.77673
```

ดังนั้น F = 40.77673 คะแนน
นั่นคือนิสิตต้องได้คะแนนอย่างมาก 40.77 คะแนนจึงจะไม่ได้เกรด F